



JCSS
重力加速度値の使用に関する不確かさガイド
(第 2 版)

改正：2022 年 4 月 25 日

独立行政法人製品評価技術基盤機構
認定センター

この指針に関する全ての著作権は、独立行政法人製品評価技術基盤機構に属します。この指針の全部又は一部転用は、電子的・機械的(転写)な方法を含め独立行政法人製品評価技術基盤機構認定センターの許可なしに利用することは出来ません。

発行所 独立行政法人製品評価技術基盤機構 認定センター
住所 〒151-0066 東京都渋谷区西原2丁目49-10
TEL 03-3481-8242
FAX 03-3481-1937
E-mail jcss@nite.go.jp
Homepage <https://www.nite.go.jp/iajapan/jcss/index.html>

このファイルを複写したファイルや、このファイルから印刷した紙媒体は非管理文書です。

目次

事例1	国土地理院「重力値推定計算サービス」による重力加速度値の推定	4
事例2	相対重力計による重力加速度値の測定	19

事例1 国土地理院「重力値推定計算サービス」による重力加速度値の推定

1.1 概要

国土交通省国土地理院(以下国土地理院とする。)「重力値推定計算サービス」は、重力加速度値を知りたい点と近くの重力点の地質的特性が共通であることを仮定して、知りたい点の地表の標高における重力加速度値を推定するサービスである。緯度、経度を度分秒表示で、地表の標高を m 単位で入力することで、知りたい点の地表の標高における推定重力加速度値が表示される。推定重力加速度値は、3箇所の重力点における、地形補正を省略した単純ブーゲー異常の線形補間によって計算される。

1.2 計算式

1.2.1 推定重力加速度の計算式

3箇所の重力点における単純ブーゲー異常 $\Delta g_{\text{SB}i}$ ($i = 1, 2, 3$)は、次式で計算される。

$$\Delta g_{\text{SB}i} = g_i - (\gamma_i - \alpha_i - \gamma' H_i + 2\pi G \rho H_i) \quad (1.1)$$

ここで、 g_i は3箇所の重力点において実測された重力加速度値、 γ_i は正規重力、 α_i は大気補正 ($\alpha_i = 0.87 \text{ mGal} - 9.65 \times 10^{-5} \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1} \times H_i$)、 γ' は正規重力の鉛直勾配の大きさを $0.3086 \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ 、 H_i は標高、 G は重力定数、 ρ は地殻の仮定密度で、花崗岩の平均密度 ($2670 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) を用いると、 $2\pi G \rho = 0.1120 \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ である。ただし、mGal(ミリガル)は測地学、地球物理学でよく使用される重力加速度の単位で、 $1 \text{ mGal} = 1 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ である。

推定重力加速度値は、3箇所の重力点における単純ブーゲー異常 $\Delta g_{\text{SB}i}$ ($i = 1, 2, 3$)の線形補間を用いて計算される。知りたい点の地表の標高 H における推定重力加速度値 g_e は、知りたい点の正規重力を γ 、大気補正を α 、線形補間の係数を c_1, c_2, c_3 としたとき、次式で計算される。

$$g_e = (\gamma - \alpha - \gamma' H + 2\pi G \rho H) + c_1 \Delta g_{\text{SB}1} + c_2 \Delta g_{\text{SB}2} + c_3 \Delta g_{\text{SB}3} \quad (1.2a)$$

上の式(1.2a)は各項の中に共通の量(大気補正、正規重力の鉛直勾配、地殻の仮定密度)を含んでいるため、不確かさの評価においては、各項の間の相関による共分散を考慮する必要が生じる。こうした相関を回避するため、これらの量を明示した式に変形すると、推定重力加速度値 g_e は、次のように表すことができる。

$$g_e = \langle g \rangle + (\gamma - \langle \gamma \rangle) + (\alpha' - \gamma' + 2\pi G \rho) (H - \langle H \rangle) \quad (1.2b)$$

ここで、 $\langle g \rangle$ は3箇所の重力点における実測重力加速度値の重み付き平均で $\langle g \rangle = c_1 g_1 +$

$c_2g_2 + c_3g_3$ 、 $\langle\gamma\rangle$ は正規重力の重み付き平均で $\langle\gamma\rangle \equiv c_1\gamma_1 + c_2\gamma_2 + c_3\gamma_3$ 、 $\langle H\rangle$ は標高の重み付き平均で $\langle H\rangle \equiv c_1H_1 + c_2H_2 + c_3H_3$ 、 α' は大気補正の鉛直勾配の大きさを $9.65 \times 10^{-5} \text{ mGal}\cdot\text{m}^{-1}$ である。線形補間の係数 c_1 、 c_2 、 c_3 は、3箇所の重力点の緯度 ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 と経度 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、及び、知りたい点の緯度 ψ と経度 λ から次式で計算される。

$$c_1 = (\psi\lambda_2 + \psi_2\lambda_3 + \psi_3\lambda - \psi\lambda_3 - \psi_3\lambda_2 - \psi_2\lambda) / (\psi_1\lambda_2 + \psi_2\lambda_3 + \psi_3\lambda_1 - \psi_1\lambda_3 - \psi_3\lambda_2 - \psi_2\lambda_1) \quad (1.3a)$$

$$c_2 = (\psi_1\lambda + \psi\lambda_3 + \psi_3\lambda_1 - \psi_1\lambda_3 - \psi_3\lambda - \psi\lambda_1) / (\psi_1\lambda_2 + \psi_2\lambda_3 + \psi_3\lambda_1 - \psi_1\lambda_3 - \psi_3\lambda_2 - \psi_2\lambda_1) \quad (1.3b)$$

$$c_3 = (\psi_1\lambda_2 + \psi_2\lambda + \psi\lambda_1 - \psi_1\lambda - \psi\lambda_2 - \psi_2\lambda_1) / (\psi_1\lambda_2 + \psi_2\lambda_3 + \psi_3\lambda_1 - \psi_1\lambda_3 - \psi_3\lambda_2 - \psi_2\lambda_1) \quad (1.3c)$$

$c_1 + c_2 + c_3 = 1$ であり、内挿の場合には $0 \leq c_i \leq 1$ ($i = 1, 2, 3$)である。線形補間によって生じる正規重力の差($\gamma - \langle\gamma\rangle$)は、知りたい点と3箇所の重力点の緯度の差が 0.2° 以下のとき、ほとんどの場合で 0.3 mGal 以下になる。

さらに、知りたい点の地表からの高さが ΔH のとき、知りたい点の重力加速度値 g_b は、正規重力の鉛直勾配($\gamma' = 0.3086 \text{ mGal}\cdot\text{m}^{-1}$)を用いて、次式のように計算できる。

$$g_b = g_e - \gamma' \Delta H \quad (1.4)$$

1.2.2 不確かさ評価の式

式(1.2b)に不確かさの伝播則を適用すると、知りたい点の地表の標高において推定された重力加速度値 g_e の合成分散 $u^2(g_e)$ は、次式で評価できる。

$$\begin{aligned} u^2(g_e) &= (\partial g_e / \partial \psi)^2 u^2(\psi) + (\partial g_e / \partial \lambda)^2 u^2(\lambda) + u^2(\langle g \rangle) + u^2(\gamma - \langle \gamma \rangle) \\ &+ (H - \langle H \rangle)^2 u^2(\alpha') + (H - \langle H \rangle)^2 u^2(\gamma') + (2\pi G)^2 (H - \langle H \rangle)^2 u^2(\rho) \\ &+ (\alpha' - \gamma' + 2\pi G \rho)^2 (u^2(H) + u^2(\langle H \rangle)) + u^2(g_{\text{non-uni}}) + u^2(g_{\text{terr}}) + u^2(g_{\text{res}}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

ここで、 $u(\psi)$ と $u(\lambda)$ はそれぞれ知りたい点の緯度と経度の標準不確かさ、 $u(\langle g \rangle)$ は実測重力加速度値の重み付き平均の標準不確かさ、 $u(\gamma - \langle \gamma \rangle)$ は線形補間によって生じる正規重力の差に対する標準不確かさ、 $u(\alpha')$ は大気補正の鉛直勾配の大きさの標準不確かさ、 $u(\gamma')$ は正規重力の鉛直勾配の標準不確かさ、 $u(\rho)$ は地殻の仮定密度の標準不確かさ、 $u(H)$ は知りたい点の地表の標高の標準不確かさ、 $u(\langle H \rangle)$ は重力点の標高の重み付き平均の標準不確かさ、 $u(g_{\text{non-uni}})$ は地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ、 $u(g_{\text{terr}})$ は地形補正の省略に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ、 $u(g_{\text{res}})$ は推定

された重力加速度値の表示の分解能の標準不確かさである。

また、知りたい点の重力加速度値 g_b の合成分散 $u^2(g_b)$ は、 g_e と γ' の相関による寄与が十分に小さいとき、次式で近似することができる。

$$u^2(g_b) \approx u^2(g_e) + (\Delta H)^2 u^2(\gamma') + (\gamma')^2 u^2(\Delta H) \quad (1.6a)$$

ここで、 $u(\Delta H)$ は知りたい点の地表からの高さの標準不確かさである。

知りたい点における実際の重力加速度値は、月と太陽からの引力による周期的変動（地球潮汐、海洋潮汐）を伴っており、さらに、大気引力と大気荷重の影響も受け変動している。これらの変動について補正を施さずに重力加速度値を用いる場合には、変動量を不確かさとして扱う必要がある。このとき、知りたい点における実際の重力加速度値 g_b' の合成分散 $u^2(g_b')$ は次式で評価できる。

$$u^2(g_b') = u^2(g_b) + u^2(et) + u^2(ot) + u^2(atm) \quad (1.6b)$$

ここで、 $u(et)$ は地球潮汐による重力加速度の変動に対する補正を施さないことによる標準不確かさ、 $u(ot)$ は海洋潮汐による重力加速度の変動に対する補正を施さないことによる標準不確かさ、 $u(atm)$ は大気引力と大気荷重による重力加速度の変動に対する補正を施さないことによる標準不確かさである。これらの不確かさ評価の例については、「事例2 相対重力計による重力加速度値の測定」において詳しく記述する。

1.3 推定重力加速度値の不確かさの評価例

以下の事例は、「重力値推定計算サービス」を利用して、知りたい点の重力加速度値を推定した例であり、各入力値（位置情報など）や不確かさの見積もりは、必要とする不確かさに応じて決定しなくてはならない。

1.3.1 重力異常の勾配が比較的小さい場所の評価例

東京都渋谷区のある施設の2階に設置した点の重力加速度値を推定する場合

[重力加速度値の推定の手順]

- (1) 重力加速度値を知りたい点（地表）の位置情報を2万5千分1地形図閲覧サービス (<http://www.gsi.go.jp/>)（注1）から調べる。
 - 北緯 35° 40' 21"、東経 139° 40' 30"、地表の標高 37 m。
- (2) 知りたい点の地表からの高さ ΔH を建物の設計図から調べる。
 - $\Delta H = 3.4$ m

(3)「重力値推定計算サービス」に緯度、経度、地表の標高を入力し、推定重力加速度値を得る。この値は地表の標高における重力加速度値(日本重力基準網 1975(JGSN75)による)である。

$$\rightarrow g_e = 979763.9 \text{ mGal}$$

(4) 重力加速度値を、地表からの高さ($\Delta H = 3.4 \text{ m}$)と正規重力の鉛直勾配($\gamma' = 0.3086 \text{ mGal}\cdot\text{m}^{-1}$)を使用して補正する。地表から離れるほど重力加速度値は小さくなることに留意して、補正を加える。

$$\rightarrow g_b = 979763.9 \text{ mGal} - (3.4 \text{ m}) \times (0.3086 \text{ mGal}\cdot\text{m}^{-1}) = 979762.9 \text{ mGal}$$

(5) こうして得られた重力加速度値 $g_b = 979762.9 \text{ mGal}$ が知りたい点の重力加速度値である。

(注 1) 位置情報を知るための手段はこの他に、基盤地図情報、電子国土、電子国土基本図(オルソ画像)(国土地理院 HP <http://www.gsi.go.jp/>)、都市計画図等がある。また、標高を知るための手段は、数値地図 5 m メッシュ(一部地域)や数値地図 50 m メッシュ(国土地理院 HP <http://www.gsi.go.jp/>)がある。

[重力加速度値の不確かさ評価の手順]

(1) 実測重力加速度値の重み付き平均の標準不確かさ $u(\langle g \rangle)$

文献「国土地理院(1976): 日本重力基準網 1975 の設定, 測地学会誌, 22(2), 65-76.」によると、JGSN75 における重力点の精度は 0.1 mGal である。従って、3箇所の重力点の実測重力加速度値の標準不確かさは、半幅 0.1 mGal の矩形分布を仮定すると、 0.06 mGal ($= 0.1 \text{ mGal} / 3^{1/2}$)となる。多くの場合、3箇所の重力点は相対重力計による相対測定によって構築されたネットワークの一部であり、実測重力加速度値は互いに相関していると考えられる。よって、重み付き平均 $\langle g \rangle$ の標準不確かさ $u(\langle g \rangle)$ もまた、半幅 0.1 mGal の矩形分布を仮定すると、 0.06 mGal となると考えられる。

$$u(\langle g \rangle) = 0.1 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.06 \text{ mGal} \quad (1.7)$$

備考: 本ガイド発行日の時点で最新の日本重力基準網である日本重力基準網 2016(JGSN2016)では、重力点の精度は 0.019 mGal とされている。一方で、「重力値推定計算サービス」による重力加速度推定値は JGSN75 を基にしている。従って、本項でも JGSN75 のデータを基にした不確かさ評価事例を記載している。

(2) 知りたい点の地表の標高の標準不確かさ $u(H)$

2万5千分1地形図(等高線間隔 10 m)の読み取りの標準不確かさは、半幅 5 m の矩形分布を仮定すると、 2.89 m となる。また、2万5千分1地形図の等高線自体の標準不確かさは、

半幅 5 m の矩形分布を仮定すると、2.89 m となる。従って、知りたい点の地表の標高の合成標準不確かさは、下記のようになる。

$$u(H) = ((2.89 \text{ m})^2 + (2.89 \text{ m})^2)^{1/2} = 4.1 \text{ m} \quad (1.8)$$

感度係数を考慮すると、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 -0.8 mGal となった。

(3) 地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{non-uni}})$

「重力値推定計算サービス」では、重力加速度値を知りたい点と近くの重力点の地質的特性が共通であることを仮定している。実際には、地下の断層などによって、地質的特性は局所的な不均一性を有している。従って、こうした不均一性が重力加速度に与える影響を評価する必要がある。地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの標準不確かさは、下記の2つの何れかの方法で評価することができる。必要とする不確かさの大きさによって、評価方法を選択することができる。何れの方法によっても必要とする大きさの不確かさを得られない場合には、相対重力計による実測を推奨する。

(i) ずれの最大値を仮定する方法

多くの場合、重力点までの距離は 10 km 以内で、ブーゲー異常の水平勾配は 3 mGal/km 以下である。従って、地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれは最大で 30 mGal 程度と考えられる。重力加速度のずれの分布を、 30 mGal を半幅とする矩形分布と仮定すると、その標準不確かさ $u(g_{\text{non-uni}})$ は次のように評価できる。

$$u(g_{\text{non-uni}}) = 30 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 17.3 \text{ mGal} \quad (1.9)$$

(ii) 重力異常図で確認する方法

推定のために利用した3箇所の重力点の位置と知りたい点の位置を20万分1重力異常図(注2)で確認し、それぞれの地点の重力異常値を読み取る。読み取った3箇所の重力点のブーゲー異常値の単純平均値(注3)と知りたい点のブーゲー異常値を比較する。この事例では以下の表の通りとなり、地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれは、 1 mGal と考えられる。

表 1.1. 重力異常図から読み取ったブーゲー異常値の例

等級	点名	緯度	経度	ブーゲー異常値	
4	4000020-009	35° 41′ 02″	139° 41′ 29″	-16 mGal	(平均)
4	4000020-011	35° 40′ 31″	139° 40′ 20″	-17 mGal	-17 mGal
基	東京FGS	35° 38′ 52″	139° 41′ 06″	-18 mGal	
	知りたい点	35° 40′ 21″	139° 40′ 30″	-16 mGal	

重力加速度のずれの分布を、1 mGal を半幅とする矩形分布と考えると、その標準不確かさは次のように評価できる。

$$u(g_{\text{non-uni}}) = 1 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.58 \text{ mGal} \quad (1.10)$$

(注2)「重力異常値の比較は、必ず同じ条件(同じ図葉)で行う必要がある。重力異常値は、国立研究開発法人産業総合技術研究所の発行する各種重力図(<https://gbank.gsj.jp/gravdb/>)等を利用することができる。

(注3)「重力値推定計算サービス」では、ブーゲー異常値を推定する際に、参照点までの距離に応じて重み付き平均を行っている。よって、より詳細な検討を行う場合は、重み付き平均を用いることが望ましい。

(4) 地形補正の省略に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{terr}})$

地形の起伏の影響を取り除く、地形補正を省略したことによる重力加速度のずれの標準不確かさは、下記の2つの何れかの方法で評価することができる。必要とする不確かさの大きさによって、評価方法を選択することができる。

(iii) ずれの最大値を仮定する方法

知りたい点が平野部にある場合、重力加速度のずれは最大で 10 mGal 程度であると考えられる。重力加速度のずれの分布を、10 mGal を半幅とする矩形分布と仮定すると、その標準不確かさ $u(g_{\text{terr}})$ は次のように評価できる。

$$u(g_{\text{terr}}) = 10 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 5.8 \text{ mGal} \quad (1.11)$$

(iv) 周囲地形の高度角を調べる方法

周囲地形に高度角が 5°(勾配 8.7 %)を超える起伏があるか調べる。知りたい点が平野部にある場合、高度角 5°を超える起伏があるときには、重力加速度のずれは最大で 10 mGal 程度であると考えられる。高度角 5°を超える起伏がないときには、重力加速度のずれは最大で 1 mGal 程度であると考えられる。

本事例の場合、知りたい点は平野部にあり、周辺地形に高度角が 5°を超える起伏はない

ので、地形補正の省略に起因するずれは最大でも 1 mGal 程度と考えられる。重力加速度のずれの分布を、1 mGal を半幅とする矩形分布と考えると、その標準不確かさは次のように評価できる。

$$u(g_{\text{terr}}) = 1 \text{ mGal} / \sqrt{3} = 0.58 \text{ mGal} \quad (1.12)$$

(5) その他の不確かさ

重力加速度値を知りたい点の緯度、経度の標準不確かさ $u(\psi)$ 、 $u(\lambda)$ は、半幅 $2''$ ($= 0.0006^\circ$) の矩形分布を仮定すると、 0.0003° となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、それぞれ 0.04 mGal、0.03 mGal となった。

線形補間によって生じる正規重力の差に対する標準不確かさ $u(\gamma - \langle \gamma \rangle)$ は、半幅 0.004 mGal の矩形分布を仮定すると、0.002 mGal となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、0.002 mGal となった。

大気補正の鉛直勾配の標準不確かさ $u(\alpha')$ は、半幅 $1 \times 10^{-5} \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ の矩形分布を仮定すると、 $5.8 \times 10^{-6} \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 $-5.9 \times 10^{-6} \text{ mGal}$ となった。

正規重力の鉛直勾配の標準不確かさ $u(\gamma')$ は、半幅 $0.03 \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ の矩形分布を仮定すると、 $0.02 \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、0.02 mGal となった。

地殻の仮定密度の標準不確かさ $u(\rho)$ は、半幅 $670 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ の矩形分布を仮定すると、 $387 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 -0.02 mGal となった。

重力点の標高の重み付き平均の標準不確かさ $u(\langle H \rangle)$ は、半幅 0.01 m の矩形分布を仮定すると、0.006 m であり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 $1.1 \times 10^{-3} \text{ mGal}$ となった。

表示の分解能の標準不確かさ $u(g_{\text{res}})$ は、半幅 0.05 mGal の矩形分布を仮定すると、0.03 mGal となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、0.03 mGal となった。

地表からの高さ ΔH の標準不確かさ $u(\Delta H)$ は、半幅 0.05 m の矩形分布を仮定すると、0.03 m となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 $-8.9 \times 10^{-3} \text{ mGal}$ となった。

以上の結果を表 1.2、表 1.3 に示す。

表 1.2. 推定重力加速度値の不確かさのバジェットの例 1

地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{non-uni}})$ を「(i) ずれの最大値を仮定する方法」で、地形補正の省略に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{terr}})$ を「(iii) ずれの最大値を仮定する方法」で評価した場合

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u(y)$	有効自由度 ν_i
ψ	35.6725 °	0.0003 °	半幅 2" の矩形分布を仮定	B	135.8 mGal/°	0.04 mGal	∞
λ	139.6750 °	0.0003 °	半幅 2" の矩形分布を仮定	B	87.3 mGal/°	0.03 mGal	∞
$\langle g \rangle$	979763.7 mGal	0.06 mGal	半幅 0.019 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.06 mGal	∞
$\gamma - \langle \gamma \rangle$	-0.004 mGal	0.002 mGal	半幅 0.004 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.002 mGal	∞
α'	9.65×10^{-5} mGal·m ⁻¹	5.8×10^{-6} mGal·m ⁻¹	半幅 1×10^{-5} mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	-1.0 m	-5.9×10^{-6} mGal	∞
γ'	0.3086 mGal·m ⁻¹	0.02 mGal·m ⁻¹	半幅 0.03 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	1.0 m	0.02 mGal	∞
ρ	2670 kg·m ⁻³	387 kg·m ⁻³	半幅 670 kg·m ⁻³ の矩形分布を仮定	B	-4.3×10^{-5} mGal·kg ⁻¹ ·m ³	-0.02 mGal	∞
H	37.0 m	4.1 m	半幅 5 m の2つの矩形分布の合成	B	-0.2 mGal·m ⁻¹	-0.8 mGal	∞
$\langle H \rangle$	38.0 m	0.006 m	半幅 0.01 m の矩形分布を仮定	B	0.2 mGal·m ⁻¹	1.1×10^{-3} mGal	∞
$g_{\text{non-uni}}$	0.0 mGal	17.3 mGal	半幅 30 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	17.3 mGal	∞
g_{terr}	0.0 mGal	5.8 mGal	半幅 10 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	5.8 mGal	∞
g_{res}	0.0 mGal	0.03 mGal	半幅 0.05 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.03 mGal	∞
g_e	979763.9 mGal					18.3 mGal	∞

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u(y)$	有効自由度 ν_i
g_e	979763.9 mGal	18.3 mGal	上記の合成標準不確かさ	B	1.0	18.3 mGal	∞
γ'	0.3086 mGal·m ⁻¹	0.02 mGal·m ⁻¹	半幅 0.03 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	-3.4 m	-0.06 mGal	∞
ΔH	3.4 m	0.03 m	半幅 0.05 m の矩形分布を仮定	B	-0.31 mGal·m ⁻¹	-8.9×10^{-3} mGal	∞
g_b	979762.9 mGal					18.3 mGal	∞

(1 mGal = 1×10^{-5} m s⁻²)

知りたい点の重力加速度値は、979763 mGalとなり、約 95 %の信頼の水準を示す、拡張不確かさ(包含係数 $k = 2$)は、37 mGalとなる。

注1) 地球潮汐、海洋潮汐、大気引力と大気荷重の補正を施さない場合、それらの変動を不確かさとして考慮する必要がある。

注2) ある量の合成標準不確かさへの寄与が十分に小さい場合には、その量の不確かさは合成標準不確かさの評価に含める必要はない。

表 1.3. 推定重力加速度値の不確かさのバジェットの例 2

地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{non-uni}})$ を「(ii) 重力異常図で確認する方法」で、地形補正の省略に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{terr}})$ を「(iv) 周囲地形の高度角を調べる方法」で評価した場合

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u_i(y)$	有効自由度 ν_i
ψ	35.6725 °	0.0003 °	半幅 2" の矩形分布を仮定	B	135.8 mGal/°	0.04 mGal	∞
λ	139.6750 °	0.0003 °	半幅 2" の矩形分布を仮定	B	87.3 mGal/°	0.03 mGal	∞
$\langle g \rangle$	979763.7 mGal	0.06 mGal	半幅 0.1 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.06 mGal	∞
$\gamma - \langle \gamma \rangle$	-0.004 mGal	0.002 mGal	半幅 0.004 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.002 mGal	∞
α'	9.65×10^{-5} mGal·m ⁻¹	5.8×10^{-6} mGal·m ⁻¹	半幅 1×10^{-5} mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	-1.0 m	-5.9×10^{-6} mGal	∞
γ'	0.3086 mGal·m ⁻¹	0.02 mGal·m ⁻¹	半幅 0.03 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	1.0 m	0.02 mGal	∞
ρ	2670 kg·m ⁻³	387 kg·m ⁻³	半幅 670 kg·m ⁻³ の矩形分布を仮定	B	-4.3×10^{-5} mGal·kg ⁻¹ ·m ³	-0.02 mGal	∞
H	37.0 m	4.1 m	半幅 5 m の2つの矩形分布の合成	B	-0.2 mGal·m ⁻¹	-0.8 mGal	∞
$\langle H \rangle$	38.0 m	0.006 m	半幅 0.01 m の矩形分布を仮定	B	0.2 mGal·m ⁻¹	1.1×10^{-3} mGal	∞
$g_{\text{non-uni}}$	0.0 mGal	0.6 mGal	半幅 1 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.6 mGal	∞
g_{terr}	0.0 mGal	0.6 mGal	半幅 1 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.6 mGal	∞
g_{res}	0.0 mGal	0.03 mGal	半幅 0.05 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.03 mGal	∞
g_e	979763.9 mGal					1.15 mGal	∞

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u_i(y)$	有効自由度 ν_i
g_e	979763.9 mGal	1.15 mGal	上記の合成標準不確かさ	B	1.0	1.15 mGal	∞
γ'	0.3086 mGal·m ⁻¹	0.02 mGal·m ⁻¹	半幅 0.03 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	-3.4 m	-0.06 mGal	∞
ΔH	3.4 m	0.03 m	半幅 0.05 m の矩形分布を仮定	B	-0.31 mGal·m ⁻¹	-8.9×10^{-3} mGal	∞
g_b	979762.9 mGal					1.15 mGal	∞

(1 mGal = 1×10^{-5} m s⁻²)

知りたい点の重力加速度値は、979762.9 mGal となり、約 95 % の信頼の水準を示す、拡張不確かさ(包含係数 $k = 2$)は、2.3 mGal となる。

注1) 地球潮汐、海洋潮汐、大気引力と大気荷重の補正を施さない場合、それらの変動を不確かさとして考慮する必要がある。

注2) ある量の合成標準不確かさへの寄与が十分に小さい場合には、その量の不確かさは合成標準不確かさの評価に含める必要はない。

1.3.2 重力異常の勾配が比較的大きい場所の評価例

埼玉県内のある公園に設置した点(地表からの高さ 10.0 m)の重力加速度値を推定する場合

[重力加速度値の推定の手順]

(1) 重力加速度を知りたい点(地表)の位置情報を2万5千分1地形図閲覧サービス

(<http://www.gsi.go.jp/>)から調べる。

→ 北緯 36° 01' 18"、東経 139° 21' 54"、地表の標高 34.5 m。

(2) 知りたい点の地表からの高さを建物の設計図から調べる。

→ $\Delta H = 10.0$ m

(3) 「重力値推定計算サービス」に緯度、経度、地表の標高を入力し、推定重力加速度値を得る。この値は地表の標高における重力加速度値である。

→ $g_e = 979866.6$ mGal

(4) 重力加速度値を、地表からの高さ($\Delta H = 10.0$ m)と正規重力の鉛直勾配($\gamma' = 0.3086$ mGal \cdot m $^{-1}$)を使用して補正する。地表から離れるほど重力加速度値は小さくなることに留意して、補正を加える。

→ $g_b = 979866.6$ mGal $- (10.0$ m) $\times (0.3086$ mGal \cdot m $^{-1}) = 979863.5$ mGal

(5) こうして得られた重力加速度値 $g_b = 979863.5$ mGal が知りたい点の重力加速度値である。

[重力加速度値の不確かさ評価の手順]

(1) 実測重力加速度値の重み付き平均の標準不確かさ $u(\langle g \rangle)$

文献「国土地理院(1976): 日本重力基準網 1975 の設定, 測地学会誌, 22(2), 65-76.」によると、重力点の精度は 0.1 mGal である。従って、3箇所の重力点の実測重力加速度値の標準不確かさは、半幅 0.1 mGal の矩形分布を仮定すると、0.06 mGal (= 0.1 mGal / $3^{1/2}$)となる。多くの場合、3箇所の重力点は相対重力計による相対測定によって構築されたネットワークの一部であり、実測重力加速度値は互いに相関していると考えられる。よって、重み付き平均 $\langle g \rangle$ の標準不確かさ $u(\langle g \rangle)$ もまた、半幅 0.1 mGal の矩形分布を仮定すると、0.06 mGal となると考えられる。

$$u(\langle g \rangle) = 0.1 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.06 \text{ mGal} \quad (1.13)$$

(2) 知りたい点の地表の標高の標準不確かさ $u(H)$

2万5千分1地形図(等高線間隔 10 m)の読み取りの標準不確かさは、半幅 5 m の矩形分布を仮定すると、2.89 m となる。また、2万5千分1地形図の等高線自体の標準不確かさは、半幅 5 m の矩形分布を仮定すると、2.89 m となる。従って、知りたい点の地表の標高の合成

標準不確かさは、下記のようになる。

$$u(H) = ((2.89 \text{ m})^2 + (2.89 \text{ m})^2)^{1/2} = 4.1 \text{ m} \quad (1.14)$$

感度係数を考慮すると、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 -0.8 mGal となった。

(3) 地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{non-uni}})$

「重力値推定計算サービス」では、重力加速度値を知りたい点と近くの重力点の地質的特性が共通であることを仮定している。実際には、地下の断層などによって、地質的特性は局所的な不均一性を有している。従って、こうした不均一性が重力加速度に与える影響を評価する必要がある。地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの標準不確かさは、下記の2つの何れかの方法で評価することができる。必要とする不確かさの大きさによって、評価方法を選択することができる。何れの方法によっても必要とする大きさの不確かさを得られない場合には、相対重力計による実測を推奨する。

(i) ずれの最大値を仮定する方法

多くの場合、重力点までの距離は 10 km 以内で、ブーゲー異常の水平勾配は 3 mGal/km 以下である。従って、地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの最大値は 30 mGal 程度と考えられる。重力加速度のずれの分布を、 30 mGal を半幅とする矩形分布と仮定すると、その標準不確かさ $u(g_{\text{non-uni}})$ は次のように評価できる。

$$u(g_{\text{non-uni}}) = 30 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 17.3 \text{ mGal} \quad (1.15)$$

(ii) 重力異常図で確認する方法

推定のために利用した3箇所の重力点の位置と知りたい点の位置を20万分1重力異常図で確認し、それぞれの地点の重力異常値を読み取る。読み取った3箇所の重力点のブーゲー異常値の単純平均値と知りたい点のブーゲー異常値を比較する。この事例では以下の表の通りとなり、地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれは、 2 mGal と考えられる。

表 1.4. 重力異常図から読み取ったブーゲー異常値の例

等級	点名	緯度	経度	ブーゲー異常値	
2	長谷	36° 03' 24".2742	139° 25' 46".328	+66 mGal	(平均)
3	菅谷	36° 02' 30".721	139° 19' 27".62	+63 mGal	+51 mGal
G	17075	35° 56' 39".4687	139° 23' 14".424	+24 mGal	
	知りたい点	36° 01' 18"	139° 21' 54"	+53 mGal	

重力加速度のずれの分布を、2 mGal を半幅とする矩形分布と考えると、その標準不確かさは次のように評価できる。

$$u(g_{\text{non-uni}}) = 2 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 1.2 \text{ mGal} \quad (1.16)$$

(4) 地形補正の省略に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{terr}})$

地形の起伏の影響を取り除く、地形補正を省略したことによる重力加速度のずれの標準不確かさは、下記の2つの何れかの方法で評価することができる。必要とする不確かさの大きさによって、評価方法を選択することができる。

(iii) ずれの最大値を仮定する方法

知りたい点が平野部にある場合、重力加速度のずれは最大で 10 mGal 程度であると考えられる。重力加速度のずれの分布を、10 mGal を半幅とする矩形分布と仮定すると、その標準不確かさ $u(g_{\text{terr}})$ は次のように評価できる。

$$u(g_{\text{terr}}) = 10 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 5.8 \text{ mGal} \quad (1.17)$$

(iv) 周囲地形の高度角を調べる方法

周囲地形に高度角が 5° (勾配 8.7 %) を超える起伏があるか調べる。知りたい点が平野部にある場合、高度角 5° を超える起伏があるときには、重力加速度のずれは最大で 10 mGal 程度であると考えられる。高度角 5° を超える起伏がないときには、重力加速度のずれは最大で 1 mGal 程度であると考えられる。

本事例の場合、知りたい点は平野部にあり、周辺地形に高度角が 5° を超える起伏はないので、地形補正の省略に起因するずれは最大でも 1 mGal 程度と考えられる。重力加速度のずれの分布を、1 mGal を半幅とする矩形分布と考えると、その標準不確かさは次のように評価できる。

$$u(g_{\text{terr}}) = 1 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.58 \text{ mGal} \quad (1.18)$$

(5) その他の不確かさ

重力加速度値を知りたい点の緯度、経度の標準不確かさ $u(\varphi)$ 、 $u(\lambda)$ は、半幅 $2''$ (= 0.0006°) の矩形分布を仮定すると、 0.0003° となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、それぞれ 0.15 mGal 、 $-2.4 \times 10^{-3} \text{ mGal}$ となった。

線形補間によって生じる正規重力の差に対する標準不確かさ $u(\gamma - \langle \gamma \rangle)$ は、半幅 0.002 mGal の矩形分布を仮定すると、 0.001 mGal となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 0.001 mGal となった。

大気補正の鉛直勾配の標準不確かさ $u(\alpha')$ は、半幅 $1 \times 10^{-5} \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ の矩形分布を仮定すると、 $5.8 \times 10^{-6} \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 $-1.7 \times 10^{-4} \text{ mGal}$ となった。

正規重力の鉛直勾配の標準不確かさ $u(\gamma')$ は、半幅 $0.03 \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ の矩形分布を仮定すると、 $0.02 \text{ mGal} \cdot \text{m}^{-1}$ となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 0.5 mGal となった。

地殻の仮定密度の標準不確かさ $u(\rho)$ は、半幅 $670 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ の矩形分布を仮定すると、 $387 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 -0.5 mGal となった。

重力点の標高の重み付き平均の標準不確かさ $u(\langle H \rangle)$ は、半幅 0.01 m の矩形分布を仮定すると、 0.006 m であり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は $1.1 \times 10^{-3} \text{ mGal}$ となった。

地表からの高さ ΔH の標準不確かさ $u(\Delta H)$ は、半幅 0.05 m の矩形分布を仮定すると、 0.03 m となり、推定重力加速度値の標準不確かさへの寄与は、 $-8.9 \times 10^{-3} \text{ mGal}$ となった。

以上の結果を表 1.5、表 1.6 に示す。

表 1.5. 推定重力加速度値の不確かさのバジェットの例 3

地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{non-uni}})$ を「(i) ずれの最大値を仮定する方法」で、地形補正の省略に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{terr}})$ を「(iii) ずれの最大値を仮定する方法」で評価した場合

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u_i(y)$	有効自由度 ν_i
ψ	36.0217 °	0.0003 °	半幅 2" の矩形分布を仮定	B	476.6 mGal/°	0.15 mGal	∞
λ	139.3650 °	0.0003 °	半幅 2" の矩形分布を仮定	B	-7.5 mGal/°	-2.4×10^{-3} mGal	∞
$\langle g \rangle$	979860.7 mGal	0.06 mGal	半幅 0.1 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.06 mGal	∞
$\gamma - \langle \gamma \rangle$	-0.0016 mGal	0.001 mGal	半幅 0.002 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.001 mGal	∞
α'	9.65×10^{-5} mGal·m ⁻¹	5.8×10^{-6} mGal·m ⁻¹	半幅 1×10^{-5} mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	-30.1 m	-1.7×10^{-4} mGal	∞
γ'	0.3086 mGal·m ⁻¹	0.02 mGal·m ⁻¹	半幅 0.03 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	30.1 m	0.5 mGal	∞
ρ	2670 kg·m ⁻³	387 kg·m ⁻³	半幅 670 kg·m ⁻³ の矩形分布を仮定	B	-1.3×10^{-3} mGal·kg ⁻¹ ·m ³	-0.5 mGal	∞
H	34.5 m	4.1 m	半幅 5 m の2つの矩形分布の合成	B	-0.2 mGal·m ⁻¹	-0.8 mGal	∞
$\langle H \rangle$	64.6 m	0.006 m	半幅 0.01 m の矩形分布を仮定	B	0.2 mGal·m ⁻¹	1.1×10^{-3} mGal	∞
$g_{\text{non-uni}}$	0.0 mGal	17.3 mGal	半幅 30 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	17.3 mGal	∞
g_{terr}	0.0 mGal	5.8 mGal	半幅 10 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	5.8 mGal	∞
g_{res}	0.0 mGal	0.03 mGal	半幅 0.05 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.03 mGal	∞
g_e	979866.6 mGal					18.3 mGal	∞

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u_i(y)$	有効自由度 ν_i
g_e	979866.6 mGal	18.3 mGal	上記の合成標準不確かさ	B	1.0	18.3 mGal	∞
γ'	0.3086 mGal·m ⁻¹	0.02 mGal·m ⁻¹	半幅 0.03 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	-10.0 m	-0.17 mGal	∞
ΔH	10.0 m	0.03 m	半幅 0.05 m の矩形分布を仮定	B	-0.31 mGal·m ⁻¹	-8.9×10^{-3} mGal	∞
g_b	979863.5 mGal					18.3 mGal	∞

(1 mGal = 1×10^{-5} m s⁻²)

知りたい点の重力加速度値は、979864 mGal となり、約 95 % の信頼の水準を示す、拡張不確かさ(包含係数 $k = 2$)は、37 mGal となる。

注1) 地球潮汐、海洋潮汐、大気引力と大気荷重の補正を施さない場合、それらの変動を不確かさとして考慮する必要がある。

注2) ある量の合成標準不確かさへの寄与が十分に小さい場合には、その量の不確かさは合成標準不確かさの評価に含める必要はない。

表 1.6. 推定重力加速度値の不確かさのバジェットの例 4

地質的特性の不均一性に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{non-uni}})$ を「(ii) 重力異常図で確認する方法」、地形補正の省略に起因する重力加速度のずれの標準不確かさ $u(g_{\text{terr}})$ を「(iv) 周囲地形の高度角を調べる方法」で評価した場合

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u(y)$	有効自由度 ν_i
ψ	36.0217 °	0.0003 °	半幅 2" の矩形分布を仮定	B	476.6 mGal/°	0.15 mGal	∞
λ	139.3650 °	0.0003 °	半幅 2" の矩形分布を仮定	B	-7.5 mGal/°	-2.4×10^{-3} mGal	∞
$\langle g \rangle$	979860.7 mGal	0.06 mGal	半幅 0.1 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.06 mGal	∞
$\gamma - \langle \gamma \rangle$	-0.0016 mGal	0.001 mGal	半幅 0.002 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.001 mGal	∞
α'	9.65×10^{-5} mGal·m ⁻¹	5.8×10^{-6} mGal·m ⁻¹	半幅 1×10^{-5} mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	-30.1 m	-1.7×10^{-4} mGal	∞
γ'	0.3086 mGal·m ⁻¹	0.02 mGal·m ⁻¹	半幅 0.03 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	30.1 m	0.5 mGal	∞
ρ	2670 kg·m ⁻³	387 kg·m ⁻³	半幅 670 kg·m ⁻³ の矩形分布を仮定	B	-1.3×10^{-3} mGal·kg ⁻¹ ·m ³	-0.5 mGal	∞
H	34.5 m	4.1 m	半幅 5 m の2つの矩形分布の合成	B	-0.2 mGal·m ⁻¹	-0.8 mGal	∞
$\langle H \rangle$	64.6 m	0.006 m	半幅 0.01 m の矩形分布を仮定	B	0.2 mGal·m ⁻¹	1.1×10^{-3} mGal	∞
$g_{\text{non-uni}}$	0.0 mGal	1.2 mGal	半幅 2 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	1.2 mGal	∞
g_{terr}	0.0 mGal	0.6 mGal	半幅 1 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.6 mGal	∞
g_{res}	0.0 mGal	0.03 mGal	半幅 0.05 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.03 mGal	∞
g_e	979866.6 mGal					1.70 mGal	∞

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u(y)$	有効自由度 ν_i
g_e	979866.6 mGal	1.70 mGal	上記の合成標準不確かさ	B	1.0	1.70 mGal	∞
γ'	0.3086 mGal·m ⁻¹	0.02 mGal·m ⁻¹	半幅 0.03 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	-10.0 m	-0.17 mGal	∞
ΔH	10.0 m	0.03 m	半幅 0.05 m の矩形分布を仮定	B	-0.31 mGal·m ⁻¹	-8.9×10^{-3} mGal	∞
g_b	979863.5 mGal					1.71 mGal	∞

(1 mGal = 1×10^{-5} m s⁻²)

知りたい点の重力加速度値は、979863.5 mGalとなり、約 95 %の信頼の水準を示す、拡張不確かさ(包含係数 $k = 2$)は、3.4 mGalとなる。

注1) 地球潮汐、海洋潮汐、大気引力と大気荷重の補正を施さない場合、それらの変動を不確かさとして考慮する必要がある。

注2) ある量の合成標準不確かさへの寄与が十分に小さい場合には、その量の不確かさは合成標準不確かさの評価に含める必要はない。

事例2 相対重力計による重力加速度値の測定

2.1 概要

相対重力計は、多くの場合スプリング式重力計であり、ばねに吊り下げた錘の垂直位置の変化から重力加速度の変化を計測する方法を測定原理として用いている。感度を高めるため、ばねにはゼロ長ばねが使用され、現在市販されている相対重力計は、分解能が 0.001 mGal に達するものもある。相対重力計の読み値には、主としてばねのクリープ現象に起因する、ドリフトが存在する。また、重力加速度の変化と錘の垂直位置の変化を関係づける相対重力計のスケール定数は、長期的に変化していくので、既知の重力加速度値をもつ複数の重力点を利用して、定期的に点検されている必要がある。重力加速度を知りたい点における重力加速度値は、既知の重力加速度値をもつ重力点との間の重力加速度差を、相対重力計を用いて測定することによって決定することができる。

2.2 計算式

2.2.1 重力加速度値の計算式

相対重力計を用い、重力点 A の重力加速度値 g_A に基づき、重力加速度を知りたい点 B の重力加速度値 g_B を測定する場合を考える。相対重力計によって測定される点 A と点 B の間の重力加速度差を Δg とすると、知りたい点 B の重力加速度値 g_B は次式で計算できる。

$$g_B = g_A + \Delta g \quad (2.1)$$

相対重力計の読み値のドリフトの影響を取り除くため、「①重力点 A → ②知りたい点 B → ③知りたい点 B → ④重力点 A」の順で測定を行う場合について考える。それぞれの地点での測定時刻を t_1, t_2, t_3, t_4 、相対重力計の読み値を rv_1, rv_2, rv_3, rv_4 、地球潮汐補正を $etc_1, etc_2, etc_3, etc_4$ 、重力点 A と知りたい点 B における重力の垂直勾配をそれぞれ γ_A, γ_B 、器械高を h_1, h_2, h_3, h_4 、相対重力計のスケール定数を k とする。このとき、それぞれの地点でのドリフト補正を施していない見かけの重力値は次のようになる。

$$g_1 = k \cdot rv_1 + etc_1 + \gamma_A \cdot h_1 \quad (2.2a)$$

$$g_2 = k \cdot rv_2 + etc_2 + \gamma_B \cdot h_2 \quad (2.2b)$$

$$g_3 = k \cdot rv_3 + etc_3 + \gamma_B \cdot h_3 \quad (2.2c)$$

$$g_4 = k \cdot rv_4 + etc_4 + \gamma_A \cdot h_4 \quad (2.2d)$$

また、相対重力計の読み値のドリフト率は次式で計算できる。

$$d = (g_4 - g_1) / (t_4 - t_1) \quad (2.3)$$

重力点 A と知りたい点 B の間の重力加速度差 Δg は、相対重力計の読み値のドリフトを考慮すると、次式で計算できる。

$$\begin{aligned}\Delta g &= [g_2 - d(t_2 - t_1) + g_3 - d(t_3 - t_1)]/2 - g_1 \\ &= (g_2 + g_3)/2 - g_1 (t_4 - (t_2 + t_3)/2) / (t_4 - t_1) - g_4 ((t_2 + t_3)/2 - t_1) / (t_4 - t_1)\end{aligned}\quad (2.4)$$

特に、 $(t_1 + t_4)/2 \approx (t_2 + t_3)/2$ となるような時間間隔で測定を行ったときには、重力加速度差 Δg は次式のように近似できる。

$$\Delta g \approx (g_2 + g_3)/2 - (g_1 + g_4)/2 \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned}&= k (rv_2 + rv_3 - rv_1 - rv_4)/2 + (etc_2 + etc_3 - etc_1 - etc_4)/2 \\ &+ \gamma_B (h_2 + h_3)/2 - \gamma_A (h_1 + h_4)/2\end{aligned}\quad (2.6)$$

2.2.2 不確かさ評価の式

重力加速度を知りたい点 B の重力加速度値 g_B の合成分散 $u^2(g_B)$ は次式で評価できる。

$$u^2(g_B) = u^2(g_A) + u^2(\Delta g) \quad (2.7)$$

ここで、 $u(g_A)$ は重力点 A の重力加速度値の標準不確かさ、 $u(\Delta g)$ は相対重力計によって測定された重力加速度差の標準不確かさである。

また、相対重力計によって測定される重力加速度差の合成分散 $u^2(\Delta g)$ は、式(2.6)に不確かさの伝播則を適用すると、次のように計算できる。

$$\begin{aligned}u^2(\Delta g) &\approx (k^2/4) (u^2(rv_1) + u^2(rv_2) + u^2(rv_3) + u^2(rv_4)) \\ &+ (k^2/4) (u^2(\delta rv_1) + u^2(\delta rv_2) + u^2(\delta rv_3) + u^2(\delta rv_4)) \\ &+ ((rv_2 + rv_3 - rv_1 - rv_4)^2/4) u^2(k) + (1/4) (u^2(etc_1) + u^2(etc_2) + u^2(etc_3) + u^2(etc_4)) \\ &+ ((h_2 + h_3)^2/4) u^2(\gamma_B) + (\gamma_B^2/4) (u^2(h_2) + u^2(h_3)) \\ &+ ((h_1 + h_4)^2/4) u^2(\gamma_A) + (\gamma_A^2/4) (u^2(h_1) + u^2(h_4))\end{aligned}\quad (2.8)$$

ここで、 $u(rv_i)$, ($i=1, 2, 3, 4$) は繰り返し観測から推定される相対重力計の読み値 rv_i の標準不確かさ、 $u(\delta rv_i)$, ($i=1, 2, 3, 4$) は相対重力計の読み値 rv_i の分解能に起因する標準不確かさ、 $u(k)$ はスケール定数の標準不確かさ、 $u(etc_i)$, ($i=1, 2, 3, 4$) は地球潮汐補正の標準不確かさ、 $u(\gamma_A)$ と $u(\gamma_B)$ はそれぞれ重力点 A と知りたい点 B における重力の垂直勾配の標準不確かさ、 $u(h_i)$, ($i=1, 2, 3, 4$) は器械高の標準不確かさである。

知りたい点 B における実際の重力加速度値は、月と太陽からの引力による周期的変動（地球潮汐、海洋潮汐）を伴っており、さらに、大気引力と大気荷重の影響も受け変動してい

る。これらの変動について補正を施さないで重力加速度値を用いる場合には、変動量を不確かさとして扱う必要がある。このとき、知りたい点 B における実際の重力加速度値 g_B' の合成分散 $u^2(g_B')$ は次式で評価できる。

$$u^2(g_B') = u^2(g_B) + u^2(et) + u^2(ot) + u^2(atm) \quad (2.9)$$

ここで、 $u(et)$ は地球潮汐による重力加速度の変動に対する補正を施さないことによる標準不確かさ、 $u(ot)$ は海洋潮汐による重力加速度の変動に対する補正を施さないことによる標準不確かさ、 $u(atm)$ は大気引力と大気荷重による重力加速度の変動に対する補正を施さないことによる標準不確かさである。

2.3 重力加速度値の測定の不確かさの評価例

以下の事例は、東京都渋谷区のある施設の 2 階にある知りたい点での重力加速度値を、相対重力計を用いて測定した例である。

[手順]

(1) 重力加速度を知りたい点の選定

東京都渋谷区のある施設の 2 階床面上(北緯: 35°40'21"、東経: 139°40'30"、標高: 38.5 m)に知りたい点 B を 1 点選定した。

(2) 基準となる重力点の選定

1 日で往復測定が可能であることを条件として、国土地理院が設定している JGSN75 及び 日本重力基準網 1996(JGSN96) の中から、以下の 2 点を選定した。

重力点 A: 重力加速度値 $g_A = 979774.624$ mGal (JGSN96、油壺 GS)

重力点 C: 重力加速度値 $g_C = 979783.76$ mGal (JGSN75、横須賀 10000010845)

なお、使用する相対重力計のスケール定数が十分な精度で点検されている場合、基準となる重力点は重力点 A の 1 点のみでも可能である。ここでは、相対重力計のスケール定数の妥当性を確認すること、及び、重力計のドリフトをより高い信頼性で把握することを目的として、重力点 C でも測定することにした。

(3) 重力測定(往復測定)

上記の 3 点(重力点 A、重力点 C、知りたい点 B)を A、C、B、B、C、A の順に往復測定した。この往復測定に要した時間は、約 7 時間であった。使用した相対重力計のスケール定数は、 10^{-4} よりも良い相対不確かさで点検されているものを使用した。

(4) 知りたい点での重力加速度値

上記の重力測定で得られた各測定点での測定値に潮汐補正、器械高補正、ドリフト補正を施した結果、重力点 A と知りたい点 B の間の重力加速度差 Δg は次のようになった。

$$\Delta g = -10.867 \text{ mGal} \quad (2.10a)$$

したがって、知りたい点での重力加速度値 g_B は、次のようになる。

$$g_B = 979774.624 \text{ mGal} + (-10.867 \text{ mGal}) = 979763.757 \text{ mGal} \quad (2.10b)$$

[不確かさの評価の手順]

(1) 重力点 A の重力加速度値の標準不確かさ $u(g_A)$

文献「測地部(1997): 新しい日本重力基準網の構築, 国土地理院時報, 87, 13-20.」によると, JGSN96 を構成する重力点の精度は 0.01 mGal である。その標準不確かさは、半幅 0.01 mGal の矩形分布を仮定すると、次のように評価できる。

$$u(g_A) = 0.01 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.006 \text{ mGal} \quad (2.11)$$

(2) 繰り返し観測から推定される相対重力計の読み値の標準不確かさ $u(rv_1)$

重力点 A において相対重力計による測定を3回繰り返し、その平均値を読み値 rv_1 とした。このとき、3個の測定値の標準偏差は 0.002 mGal であった。繰り返し観測から推定される相対重力計の読み値の標準不確かさ $u(rv_1)$ は、次のように評価できる。

$$u(rv_1) = 0.002 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.0012 \text{ mGal} \quad (2.12)$$

測定された重力加速度の標準不確かさへの寄与は、 -0.0006 mGal となった。自由度は 2 (= 3 - 1) となった。同様にして標準不確かさ $u(rv_2)$ 、 $u(rv_3)$ 、 $u(rv_4)$ 、それぞれの標準不確かさへの寄与、それぞれの自由度の計算を行う。

(3) スケール定数の標準不確かさ $u(k)$

相対重力計のスケール定数 ($k = 0.99989$) を 1×10^{-4} の相対標準不確かさで点検することができた。スケール定数の標準不確かさは、半幅「 $0.99989 \times (1 \times 10^{-4})$ 」の矩形分布を仮定すると、次のように評価できる。

$$u(k) = 0.99989 \times (1 \times 10^{-4}) / 3^{1/2} = 5.8 \times 10^{-5} \quad (2.13)$$

測定された重力加速度の標準不確かさへの寄与は、 -0.0006 mGal となった。

(4) 地球潮汐補正の標準不確かさ $u(etc_1)$

地球潮汐補正 etc_1 の標準不確かさ $u(etc_1)$ は、半幅 0.002 mGal の矩形分布を仮定すると、次のようになる。

$$u(etc_1) = 0.002 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.0012 \text{ mGal} \quad (2.14)$$

測定された重力加速度の標準不確かさへの寄与は、 -0.0006 mGal となった。同様にして標準不確かさ $u(etc_2)$ 、 $u(etc_3)$ 、 $u(etc_4)$ とそれぞれの標準不確かさへの寄与の計算を行う。

(5) 重力点 A と知りたい点 B における重力の垂直勾配の標準不確かさ $u(\gamma_A)$ 、 $u(\gamma_B)$

重力点 A における重力の垂直勾配の標準不確かさ $u(\gamma_A)$ は、半幅 0.005 mGal \cdot m $^{-1}$ の矩形分布を仮定すると、次のようになる。

$$u(\gamma_A) = 0.005 \text{ mGal}\cdot\text{m}^{-1} / 3^{1/2} = 0.003 \text{ mGal}\cdot\text{m}^{-1} \quad (2.15)$$

測定された重力加速度の標準不確かさへの寄与は、 -0.0013 mGal となった。同様にして標準不確かさ $u(\gamma_B)$ と標準不確かさへの寄与の計算を行う。

(6) その他の不確かさ

相対重力計の読み値 rv_1 の分解能の標準不確かさ $u(\delta rv_1)$ は、半幅 0.0005 mGal の矩形分布を仮定すると、 0.0003 mGal となった。測定された重力加速度の標準不確かさへの寄与は、 -0.0001 mGal となった。同様にして標準不確かさ $u(\delta rv_2)$ 、 $u(\delta rv_3)$ 、 $u(\delta rv_4)$ とそれぞれの標準不確かさへの寄与の計算を行う。

器械高の標準不確かさ $u(h_1)$ は、半幅 0.002 m の矩形分布を仮定すると、 0.001 m となった。測定された重力加速度の標準不確かさへの寄与は、 -0.0002 mGal となった。同様にして標準不確かさ $u(h_2)$ 、 $u(h_3)$ 、 $u(h_4)$ とそれぞれの標準不確かさへの寄与の計算を行う。

以下は、地球潮汐等の補正を施さないで重力加速度値を利用する場合の、不確かさの評価例である。

(7) 地球潮汐による重力加速度の変動に対する補正を施さないことによる標準不確かさ $u(et)$

地球潮汐による重力加速度の変動に対する補正を施さないで重力加速度値を利用する場

合、その標準不確かさは、半幅 0.2 mGal の矩形分布を仮定すると、次のようになる。

$$u(et) = 0.2 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.12 \text{ mGal} \quad (2.16)$$

(8) 海洋潮汐による重力加速度の変動に対する補正を施さないことによる標準不確かさ $u(ot)$

海洋潮汐による重力加速度の変動に対する補正を施さないで重力加速度値を利用する場合、その標準不確かさは、半幅 0.01 mGal の矩形分布を仮定すると、次のようになる。

$$u(et) = 0.01 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.006 \text{ mGal} \quad (2.17)$$

(9) 大気引力と大気荷重による重力加速度の変動に対する補正を施さないことによる標準不確かさ $u(atm)$

大気引力と大気荷重による重力加速度の変動に対する補正を施さないで重力加速度値を利用する場合、その標準不確かさは、半幅 0.006 mGal の矩形分布(大気圧の変動の限界を ± 20 hPa と仮定し、係数 3×10^{-4} mGal·hPa⁻¹ を利用した場合)を仮定すると、次のようになる。

$$u(et) = 0.006 \text{ mGal} / 3^{1/2} = 0.003 \text{ mGal} \quad (2.18)$$

以上の結果をまとめると、表 2.1 のようになる。

以上のような重力点 A と知りたい点 B の間の重力加速度差の測定および不確かさ評価と同様なことを、重力点 A と重力点 C の間でも行うことによって、重力測定作業が正常に行われたことを確認することができる。

表 2.1. 相対重力計を用いて測定された重力加速度値の不確かさのバジェットの例

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u(y)$	有効自由度 ν_i
rv_1	5210.424 mGal	0.0012 mGal	測定数3、標準偏差0.002 mGal、正規分布	A	-0.5	-0.0006 mGal	2
rv_2	5200.002 mGal	0.0017 mGal	測定数3、標準偏差0.003 mGal、正規分布	A	0.5	0.0009 mGal	2
rv_3	5200.403 mGal	0.0012 mGal	測定数3、標準偏差0.002 mGal、正規分布	A	0.5	0.0006 mGal	2
rv_4	5211.425 mGal	0.0017 mGal	測定数3、標準偏差0.003 mGal、正規分布	A	-0.5	-0.0009 mGal	2
δrv_1	0.000 mGal	0.0003 mGal	半幅 0.0005 mGal の矩形分布を仮定	B	-0.5	-0.0001 mGal	∞
δrv_2	0.000 mGal	0.0003 mGal	半幅 0.0005 mGal の矩形分布を仮定	B	0.5	0.0001 mGal	∞
δrv_3	0.000 mGal	0.0003 mGal	半幅 0.0005 mGal の矩形分布を仮定	B	0.5	0.0001 mGal	∞
δrv_4	0.000 mGal	0.0003 mGal	半幅 0.0005 mGal の矩形分布を仮定	B	-0.5	-0.0001 mGal	∞
k	0.99989	5.8×10^{-5}	半幅 0.0001 の矩形分布を仮定	B	-10.7 mGal	-0.0006 mGal	∞
etc_1	0.025 mGal	0.0012 mGal	半幅 0.002 mGal の矩形分布を仮定	B	-0.5	-0.0006 mGal	∞
etc_2	0.038 mGal	0.0012 mGal	半幅 0.002 mGal の矩形分布を仮定	B	0.5	0.0006 mGal	∞
etc_3	0.061 mGal	0.0012 mGal	半幅 0.002 mGal の矩形分布を仮定	B	0.5	0.0006 mGal	∞
etc_4	0.068 mGal	0.0012 mGal	半幅 0.002 mGal の矩形分布を仮定	B	-0.5	-0.0006 mGal	∞
γ_b	0.300 mGal·m ⁻¹	0.003 mGal·m ⁻¹	半幅 0.005 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	0.45 m	0.0013 mGal	∞
h_2	0.448 m	0.001 m	半幅 0.002 m の矩形分布を仮定	B	0.15 mGal·m ⁻¹	0.0002 mGal	∞
h_3	0.447 m	0.001 m	半幅 0.002 m の矩形分布を仮定	B	0.15 mGal·m ⁻¹	0.0002 mGal	∞
γ_λ	0.309 mGal·m ⁻¹	0.003 mGal·m ⁻¹	半幅 0.005 mGal·m ⁻¹ の矩形分布を仮定	B	-0.46 m	-0.0013 mGal	∞
h_1	0.458 m	0.001 m	半幅 0.002 m の矩形分布を仮定	B	-0.15 mGal·m ⁻¹	-0.0002 mGal	∞
h_4	0.459 m	0.001 m	半幅 0.002 m の矩形分布を仮定	B	-0.15 mGal·m ⁻¹	-0.0002 mGal	∞
Δg	-10.867 mGal					0.0027 mGal	84

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u(y)$	有効自由度 ν_i
Δg	-10.867 mGal	0.0027 mGal	上記の合成標準不確かさ	B	1.0	0.0027 mGal	84
g_λ	979774.624 mGal	0.0058 mGal	半幅 0.01 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.0058 mGal	∞
g_b	979763.757 mGal					0.0064 mGal	2477

知りたい点の重力加速度値は、979763.757 mGal となり、約 95% の信頼の水準を示す、拡張不確かさ(包含係数 $k = 2$)は、0.013 mGal となる。

以下は、地球潮汐、海洋潮汐、大気引力と大気荷重による重力加速度の変動に対する補正を施さずに重力加速度値を利用する場合

量 X_i	推定値 x_i	標準不確かさ $u(x_i)$	評価方法、確率分布	不確かさの型	感度係数 c_i	標準不確かさへの寄与 $u(y)$	有効自由度 ν_i
g_b	979763.757 mGal	0.006 mGal	上記の合成標準不確かさ	B	1.0	0.006 mGal	2477
et	0.000 mGal	0.115 mGal	半幅 0.2 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.115 mGal	∞
ot	0.000 mGal	0.006 mGal	半幅 0.01 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.006 mGal	∞
atm	0.000 mGal	0.003 mGal	半幅 0.006 mGal の矩形分布を仮定	B	1.0	0.003 mGal	∞
g_b'	979763.757 mGal					0.116 mGal	∞

(1 mGal = 1×10^{-5} m s⁻²)

地球潮汐等による重力加速度の変動に対する補正を施さずに、重力加速度値を利用する場合、知りたい点の重力加速度値は、979763.76 mGal となり、約 95% の信頼の水準を示す、拡張不確かさ(包含係数 $k = 2$)は、0.23 mGal となる。

注)ある量の合成標準不確かさへの寄与が十分に小さい場合には、その量の不確かさは合成標準不確かさの評価に含める必要はない。

JCSS 重力加速度値の使用に関する不確かさガイド(第2版) 改正のポイント

- ・「重力値推定計算サービス」の名称変更、及び計算サービスの提供情報に整合するための記述の修正。
- ・日本重力基準網の情報のアップデート(JGSN2016 の追加)。
- ・その他、字句の修正。

主な変更箇所には下線を付しています。